

**Sujets de stage de Bac 3**  
**Service de Physique de l'Univers, Champs et Gravitation**  
**Année académique 2020-2021**

**1) Représentations exotiques du groupe des rotations : les « anyons » en deux dimensions spatiales**

L'étude des représentations irréductibles du groupe  $SO(2)$  – étude entreprise pendant le cours de Théorie des Groupes S-PHYS-201 – montre l'existence de représentation multi-valuées de  $SO(2)$ . Nous verrons pendant la semaine de stage que ces représentations sont liées à des particules observées expérimentalement dans des systèmes de charges électriques confinées à une plaque métallique homogène soumise à un champ magnétique normal à la plaque. Ces particules possèdent des propriétés remarquables et sont appelées « anyons ». Elles jouent un rôle central dans la description de l'effet Hall quantique. Comme introduction à la physique des anyons, nous étudierons un modèle simple de particule chargée électriquement portant une unité de flux magnétique dans un plan.

Référence : S. Forte, *Quantum mechanics and field theory with fractional spin and statistic*, Rev. Mod. Phys. 64 (1992) 193.

**2) The eightfold way**

In 1961, Murray Gell-Mann et Yuval Ne'eman ont proposé de classifier les résonances hadroniques qui se multipliaient dans les expériences de collision en utilisant les représentations irréductibles du groupe  $SU(3)$ . Lors de ce stage, nous allons étudier la représentation en octet qui a donné le nom « eightfold way » à ce programme de classification qui a valu le prix Nobel à Murray Gell-Mann. En utilisant des notions de théorie de groupe, certaines déjà vues au cours, nous étudierons aussi la systématique des représentations irréductibles de  $SU(3)$  en relation avec la physique des hadrons.

**3) L'effet Aharonov-Bohm**

En 1959, Yakir Aharonov et David Bohm ont suggéré que les figures d'interférence d'électrons diffusés à travers une fente double varient en fonction de la présence d'un quadri-potential électromagnétique de Maxwell, et ce, même en l'absence de champs électromagnétique dans les zones visitées par les électrons. Durant ce stage, nous proposons d'étudier ce phénomène pour comprendre pour quelle raison, en mécanique quantique, le potentiel électromagnétique joue un rôle fondamental, alors qu'en mécanique classique le tenseur de Faraday est suffisant pour décrire tous les phénomènes physiques.

#### 4) Les modes de vibration d'une molécule

La mécanique quantique, via la théorie des groupes, explique que les niveaux d'énergie des vibrations des molécules sont quantifiés : les niveaux d'énergie vibrationnelle ne peuvent prendre que certaines valeurs. Durant ce stage, nous mettrons en application les méthodes de théorie des représentations des groupes finis vues au cours pour étudier le spectre de vibration co-planaire des molécules d'eau et de dioxyde de carbone. C'est l'existence de différents états de vibrations des molécules dans l'atmosphère qui est à l'origine de l'absorption du rayonnement Infra-Rouge, et donc, de l'effet de serre.

Références :

- 1) H.F. Jones, « Groups, Representations and Physics », Taylor and Francis, 1998;
- 2) V. Schensted, « A course on the applications of Group Theory to Quantum Mechanics », NEO Press, 1976.

#### 5) Les points de Lagrange en coordonnées adaptées

Au cours de ce projet, nous proposons de reconsidérer le problème célèbre de la détermination des points de stabilité dans le système solaire, les « points de Lagrange », où des satellites peuvent être placés pour ensuite rester au repos relativement à un système de deux corps massifs se déplaçant selon les orbites de Képler. Habituellement, ce problème est étudié dans un système de coordonnées cartésiennes. Nous allons ici considérer un autre système de coordonnées, adapté à la physique d'un corps pesant, de faible masse, placé dans le champ de deux corps attractifs de grandes masses.

#### 6) La correspondance de McKay

La correspondance de McKay, découverte en 1980 par le mathématicien Australien John McKay, est une relation étonnante entre les sous-groupes finis  $\Gamma \subset \text{SL}(2, \mathbb{C})$  et les algèbres de Lie semi-simples  $\mathfrak{g}$  que vous étudierez dans la deuxième partie du cours de Théorie des Groupes S-PHYS-201.

L'observation consiste, d'une part, à dessiner des graphes, dit de McKay, qui encodent toutes les représentations irréductibles des groupes  $\Gamma$  et certaines relations entre elles. D'autre part, vous verrez plus tard que les algèbres de Lie semi-simples peuvent être décrites par des diagrammes nommés "diagrammes de Dynkin". La correspondance entre les groupes finis  $\Gamma$  et les algèbres de Lie  $\mathfrak{g}$  se découvre en constatant que ces diagrammes sont isomorphes.

Le but de ce projet est de classer les sous-groupes discrets de  $\text{SL}(2, \mathbb{C})$ , identifier leurs représentations irréductibles et, enfin, dessiner les graphes de McKay sur la base de ces informations.

Les références et connaissances nécessaires seront données en cours de semaine.