

**Sujet de stage de Master 1**  
**Service de *Physique de l'Univers, Champs et Gravitation***  
**Année académique 2021-2022**

Relations inattendues entre une particule sans masse, l'atome d'hydrogène et l'oscillateur harmonique (N. Boulanger)

Les systèmes dynamiques avec potentiel en  $1/r$ , comme l'atome d'hydrogène et le problème de Kepler, possèdent une symétrie évidente qui est  $SO(3)$ , les rotations dans l'espace euclidien de dimension trois. Il se trouve que ces systèmes dynamiques avec potentiel en  $1/r$  donnent lieu à une hiérarchie de symétries « cachées » que nous proposons de découvrir ensemble durant ce stage, à savoir,  $SO(4)$ ,  $SO(4,1)$  et enfin  $SO(4,2)$ .

Partant sur la base de ce dernier groupe de symétrie, nous verrons qu'il existe une dualité remarquable (car totalement inattendue) entre les trois systèmes dynamiques suivants : (i) une particule relativiste sans masse en espace-temps de dimension  $d$ , (ii) l'atome d'hydrogène non-relativiste dans le même espace-temps et (iii) l'oscillateur harmonique en espace-temps de dimension  $d-1$ . Dans un certain sens que nous découvrirons ensemble, ces trois systèmes sont trois reflets d'un seul et même système dynamique dans un espace-temps de dimension  $d+2$  possédant deux directions de genre temps... Un sujet que la Science-Fiction n'a pas encore exploité, à notre connaissance.

Le but de ce stage est :

- De mettre en application les connaissances acquises lors du cours de BAB3 de Théorie des groupes (BAB3) ;
- De comprendre et reproduire certains résultats d'un article de recherche en Physique théorique contemporaine.

Condition préalable : les concepts acquis aux cours de Mécanique analytique, de Théorie des groupes et de Mécanique quantique (tous donnés en BAB3)

Les références que nous utiliserons sont :

[1] Itzhak Bars, *Conformal Symmetry and Duality between Free particle, H-atom and Harmonic oscillator*, *Phys. Rev. D* 58 (1998) 066006, <https://inspirehep.net/literature/468946>

[2] Robert Gilmore, *Lie Groups, Physics, and Geometry. An introduction for Physicists, Engineers and Chemists*, Cambridge U. Press. (2008) 319 pp.