

**Sujet de stage de Master 1**  
**Service de *Physique de l'Univers, Champs et Gravitation***  
**Année académique 2022-2023**

Relations inattendues entre une particule sans masse, l'atome d'hydrogène et l'oscillateur harmonique (N. Boulanger et A. Chattopadhyay)

Les systèmes dynamiques avec potentiel en  $1/r$ , comme l'atome d'hydrogène et le problème de Kepler, possèdent une symétrie évidente qui est  $SO(3)$ , les rotations dans d'espace euclidien de dimension trois. Il se trouve que ces systèmes dynamiques avec potentiel en  $1/r$  donnent lieu à une hiérarchie de symétries « cachées » que nous proposons de découvrir ensemble durant ce stage, à savoir,  $SO(4)$ ,  $SO(4,1)$  et enfin  $SO(4,2)$ .

Sur la base de ce dernier groupe de symétrie, nous verrons qu'il existe une dualité remarquable (car totalement inattendue) entre les trois systèmes dynamiques suivants : (i) une particule relativiste sans masse en espace-temps de dimension  $d$ , (ii) l'atome d'hydrogène non-relativiste dans le même espace-temps et (iii) l'oscillateur harmonique en espace-temps de dimension  $d-1$ . Dans un certain sens que nous découvrirons ensemble, ces trois systèmes sont trois reflets d'un seul et même système dynamique dans un espace-temps de dimension  $d+2$  possédant deux directions de genre temps... Un sujet que la Science-Fiction n'a pas encore exploité, à notre connaissance.

Le but de ce stage est :

- De mettre en application les connaissances acquises lors du cours de BAB3 de Théorie des groupes (BAB3) ;
- De comprendre et reproduire certains résultats d'un article de recherche en Physique théorique contemporaine.

Condition préalable : les concepts acquis aux cours de Mécanique analytique, de Théorie des groupes et de Mécanique quantique (tous donnés en BAB3)

Les références que nous utiliserons sont :

[1] Itzhak Bars, *Conformal Symmetry and Duality between Free particle, H-atom and Harmonic oscillator*, *Phys. Rev. D* 58 (1998) 066006, <https://inspirehep.net/literature/468946>

[2] Robert Gilmore, *Lie Groups, Physics, and Geometry. An introduction for Physicists, Engineers and Chemists*, Cambridge U. Press. (2008) 319 pp.

**Sujet de stage de Master 1**  
**Service de *Physique de l'Univers, Champs et Gravitation***  
**Année académique 2022-2023**

Introduction à la supersymétrie (Victor Lekeu)

La notion de symétrie est à la base de toute la physique fondamentale moderne, et sous-tend en particulier la majeure partie du modèle standard de la physique des particules. Dans ce stage, nous étudierons la notion de supersymétrie, une symétrie particulière de certaines théories des champs qui échange bosons et fermions (et qui ne commute donc pas avec les éléments du groupe de Poincaré). Bien que n'ayant pas été observée dans la nature, cette idée est néanmoins devenue un outil théorique important, ayant mené à de nombreuses avancées tant en physique théorique qu'en mathématiques pures.

Le but de ce stage est de comprendre quelques propriétés fondamentales des théories supersymétriques de manière générale. L'étudiant sera ensuite amené à construire explicitement les lagrangiens de quelques modèles simples.

**Références :**

1. S. Weinberg, "The Quantum Theory of Fields, Volume III: Supersymmetry", Cambridge University Press;
2. D. Tong, "Supersymmetric Quantum Mechanics" et "Supersymmetric Field Theory", notes de cours disponibles en ligne.

**Prérequis :** Cours de Théorie Quantique des Champs I.

**Sujet de stage de Master 1**  
**Service de *Physique de l'Univers, Champs et Gravitation***  
**Année académique 2022-2023**

Geodesics of Kerr's spacetime and the two-body problem in general relativity  
(Andrea Campoleoni et Guillaume Lhost)

The gravitational waves that are currently detected by interferometers like Ligo and Virgo comes from binary systems of massive objects. Finding an exact solution of a two-body problem is a challenging task in General Relativity. Still, in the limit in which one of the two bodies is much lighter than the other, its motion can be described with a good approximation by a solution of the geodesic equations of the gravitational background describing the heavy body. This is the approximation that is used in the General Relativity course to describe the motion of planets in the gravitational field of the Sun. This approximation, however, completely ignores the emission of gravitational waves. For the systems that are relevant for interferometer antennas, like binary systems of black holes, one has to improve this setup in two ways: first of all, astrophysical black holes have a non-vanishing angular momentum and they are thus described by Kerr's solution of Einstein's equations rather than by Schwarzschild's one. Secondly, backreaction effects must be included. In the limit in which one of the two black holes is still much heavier than the other one, one can model these effects as suitable corrections to the geodesic equation.

This internship aims at understanding the basics of the two-body problem in General Relativity in the limit in which one of the two bodies is much lighter than the other, still going beyond the simplest model of geodesic motion in Schwarzschild's spacetime.

More in detail, the goals of the internship are:

- Acquire a basic working knowledge of Kerr's solution [1];
- Understand the classification of geodesics of Kerr's spacetime [2];
- If time will allow it, understand the basic principles of the radiation-reaction modifications to the geodesic equations, possibly in the simpler example of the electromagnetic field [3].

**References :**

1. P. Townsend, "Black holes: Lecture notes", [gr-qc/9707012](https://arxiv.org/abs/gr-qc/9707012);
2. B. Carter, "Global structure of the Kerr family of gravitational fields", Phys. Rev. 174 (1968) 1559-1571;
3. L. Barack and A. Pound, "Self-force and radiation reaction in general relativity", Rept. Prog. Phys. 82 (2019) 1, 016904 [[arXiv:1805.10385](https://arxiv.org/abs/1805.10385) [gr-qc]].

**Prerequisites :** Cours de Relativité Générale.

**Sujet de stage de Master 1**  
**Service de *Physique de l'Univers, Champs et Gravitation***  
**Année académique 2022-2023**

BMS-like symmetries in cosmology  
(Andrea Campoleoni et Arnaud Delfante)

Conserved charges play an important role in gauge theories and gravity: they allow to control the evolution of a physical system and they often allow one to get a certain control over the phase space even without knowing all solutions of the equations of motion. This concept is intrinsically related to that of asymptotic symmetries, that are the proper analogues of global symmetries in models displaying gauge symmetries, like diffeomorphisms in gravity.

In gravity, asymptotic symmetries have been studied in detail for asymptotically flat spacetimes since the Sixties and they have been shown to form an infinite-dimensional group (the BMS group). In the last few years, this well-known fact has triggered several new directions of research and it is therefore natural to ask if this is a universal feature of gravitational theories or only a peculiarity of asymptotically flat spacetimes.

Recently, this question was answered in the context of cosmological backgrounds [1,4] and the goal of this internship will be to rederive the key results in these papers and to compare them with another recent investigation of the asymptotic symmetries of the particular cosmological background given by de Sitter space [2].

The goals of this internship are:

- Apply the concepts acquired during the course of General Relativity (MAB1) in a context at the forefront of current research in theoretical physics;
- Understand the concept of asymptotic symmetries in gravity;
- Rederive the asymptotic symmetries of the Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker solutions and of the de Sitter space following [2,4].

**References :**

1. S. Kehagias and A. Riotto, "BMS in Cosmology", JCAP 05 (2016) 059 [[arXiv:1602.02653](https://arxiv.org/abs/1602.02653) [[hep-th](#)]];
2. G. Compère, A. Fiorucci and R. Ruzziconi, "The  $\Lambda$ -BMS<sub>4</sub> group of dS<sub>4</sub> and new boundary conditions for AdS<sub>4</sub>", Class. Quant. Grav. 36 (2019) 19, 195017 [[arXiv:1905.00971](https://arxiv.org/abs/1905.00971) [[gr-qc](#)]];
3. R. Ruzziconi, "Asymptotic symmetries in the Gauge Fixing Approach and the BMS group", PoS Modave2019 (2020) 003 [[arXiv:1910.08367](https://arxiv.org/abs/1910.08367) [[hep-th](#)]];
4. B. Bonga and K. Prabhu, "BMS-like symmetries in cosmology", Phys. Rev. D 102 (2020) 10, 104043 [[arXiv:2009.01243](https://arxiv.org/abs/2009.01243) [[gr-qc](#)]].

**Prerequisites :** Cours de Relativité Générale.

## **Sujet: Les états physiques dans la théorie des cordes**

**Promotrice: Dr. Chrysoula Markou**

La théorie des cordes est une construction mathématique qui unifie certains aspects de la théorie quantique des champs et de la gravitation. Son spectre est infini : il contient des états du nombre infini, dont le spin et la masse peuvent prendre des valeurs arbitrairement élevées. Cependant, tous ces états sont *physiques* ! En particulier, parmi eux se trouvent des candidats pour des particules connues en dehors de la théorie des cordes, comme le graviton de la relativité générale.

Dans ce stage, nous allons étudier les objets utilisés pour décrire tels états, à savoir les *opérateurs vertex*, qui sont des champs dans une catégorie particulière des théories des champs, qui est la théorie conforme. Dotés par les rudiments de cette dernière, nous allons apprendre comment l'opérateur qui correspond à un état donné peut être construit, comme par exemple celui du graviton. Si le temps le permet, nous allons également explorer les principes fondamentaux en ce qui concerne la diffusion des états en utilisant leurs opérateurs vertex.

Pour ce stage, *aucune* connaissance en théorie des cordes *n'est* une condition préalable. Le stage s'effectuera sous une direction pédagogique en se concentrant sur la base de la théorie bosonique des cordes.

### Cours à avoir suivi avant le début du stage :

Théorie quantique des Champs I (MAB1)

Relativité Générale (MAB1)

### Littérature indicative à étudier partiellement pendant le stage :

[1] M. B. Green, J. H. Schwarz, and E. Witten, Superstring theory, Vol. 1: Introduction. Cambridge Monographs on Mathematical Physics, 1988

[2] Ph. Di Francesco, P. Mathieu, D. Sénéchal, Conformal Field Theory, Springer, 1997